

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

## Опыт Саньяка на рентгеновском излучении

В.И. Высоцкий, В.И. Воронцов, Р.Н. Кузьмин, П.А. Безирганян, А.Г. Ростомян

Рассмотрена история и физические предпосылки реализации опыта Саньяка — "вихревого оптического эффекта" в системе вращающегося интерферометра. С использованием аппарата общей теории относительности развита теория распространения электромагнитных волн в неинерциально движущихся материальных средах. Проведен теоретический анализ особенностей дифракции рентгеновского и гамма-излучения в системах трехзеркального моноблочного кристаллического интерферометра и резонатора с учетом их вращения. На специально созданной автономной рентгеновской установке для интерференционных исследований, установленной на вращающейся платформе, проведено экспериментальное исследование рентгеновского "вихревого оптического эффекта". Обнаружен и исследован ряд флуктуационных воздействий (температурный дрейф, поле случайных деформаций и др.), препятствующих достижению предельных точностных характеристик опыта Саньяка на рентгеновском излучении. Проведено сопоставление результатов экспериментального изучения рентгеновского "вихревого оптического эффекта" с данными теоретического анализа.

PACS numbers: 04.20.+c

## Содержание

1. Введение (309).
  2. Электродинамика и метрика вращающихся оптических систем (311).
  3. Электродинамика собственных волн в кристаллическом рентгеновском резонаторе и интерферометре с учетом вращения (315).
  4. Экспериментальная установка и возможные источники погрешности в опыте Саньяка на рентгеновском излучении (319).
  5. Экспериментальная реализация опыта Саньяка на рентгеновском излучении (321).
  6. Заключение (323).
- Список литературы (323).

## 1. Введение

Среди ряда классических экспериментов оптики, входящих в экспериментальный фундамент теории относительности и современной электродинамики, достойное место принадлежит опыту Саньяка.

Его предыстория относится к началу XX в., когда в ходе исследований проблемы "эфира" в разных странах

был проведен ряд принципиальных оптических экспериментов. Впервые предположение о возможности обнаружения абсолютного вращательного движения за счет использования электромагнитных эффектов первого (по отношению  $v/c$ ) порядка было сделано в 1904 г. Майкельсоном [1].

В 1913 г. Саньяк создал установку и провел исследование особенностей распространения световых волн в кольцевом вращающемся интерферометре [2,3]. Из этих экспериментов следовало, что вращательное движение установки не приводит к увлечению и вращению "эфира". Попутно Саньяк открыл "вихревой оптический эффект", который заключается во влиянии вращательного движения интерферометра на фазовые характеристики встречных волн.

Не вникая в детали, суть этого эффекта можно описать, исходя из схемы установки Саньяка (рис. 1). Излучение от источника света 1 (лампы накаливания), пройдя через полупрозрачную пластинку 2 возбуждает две взаимно когерентные волны, бегающие с помощью зеркал 3 контур интерферометра площадью  $S$  во встречных направлениях. С помощью той же пластинки 2 эти волны затем складываются и образуют на фотопластинке систему интерференционных полос. При вращении платформы с интерферометром с угловой скоростью  $\Omega$  между волнами возникает разность фаз

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{8\pi S\Omega}{\lambda c} \quad (1.1)$$

и связанный с ней сдвиг положения интерференционных полос на фотопластинке 4

$$\delta x = \pm 4S\Omega c^{-1}. \quad (1.2)$$

В.И. Высоцкий, В.И. Воронцов. Киевский университет им. Т. Шевченко, радиофизический факультет  
Факс (044) 269-25-31

Р.Н. Кузьмин. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, 119889, Москва, Ленинские горы. Тел. (095) 939-12-26. Факс (095) 957-64-45  
E-mail: kuzmin@tunar.phys.msu.su

П.А. Безирганян, А.Г. Ростомян. Ереванский государственный университет, физический факультет, 375049, Ереван, ул. Алеко Монукяна  
Тел. (885) 2-55-32-46

Статья поступила 4 июня 1993 г., после доработки 25 ноября 1993 г.

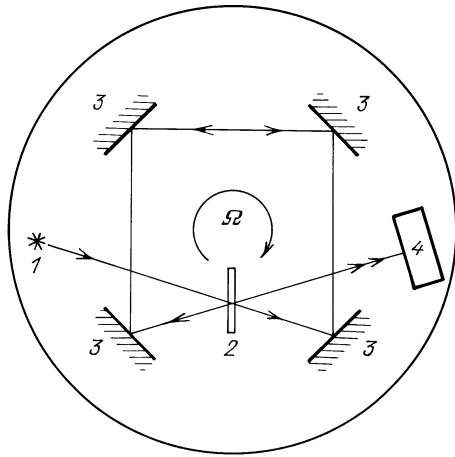


Рис. 1. Схема опыта Саньяка с использованием излучения видимого диапазона

Зависимости  $\varphi_1 - \varphi_2$  и  $\delta x$  получены в [2,3] для излучения с длиной волны  $\lambda$  при использовании формул специальной теории относительности, хотя сама вращающаяся платформа соответствует неинерциальной системе и точное описание происходящих в ней процессов возможно только в рамках общей теории относительности.

Вместе с этим, учитывая постулат о псевдоевклидовости геометрии пространства — времени, возможно рассмотрение явлений в неинерциальных системах отсчета (но без учета дисперсионных особенностей материальных сред в пределах траектории лучей), оставаясь в рамках специальной теории относительности.

В 1925 г. Майкельсон и Гейль [4,5] создали установку по схеме опыта Саньяка для определения скорости вращения Земли. Для этого им пришлось создать интерферометр с контуром в форме прямоугольника с длиной противоположных сторон 613 м и 339,5 м.

В 1949 г. Берштейн [6] осуществил постановку опыта Саньяка с использованием в качестве носителя информации радиосигнала с частотой  $\omega = 30$  МГц, а в качестве контура интерферометра — многовитковой структуры из концентрического кабеля, намотанного на барабан. По существенно новому подходу (использование вместо однократного обхода контура большой площади многократного обхода контура малой площади) эту работу можно считать одним из предвестников развиваемого с середины 70-х годов метода реализации опыта Саньяка на основе использования волоконно-оптических систем, что привело к созданию целого класса фазовых гироскопов — волоконно-оптических датчиков [7].

В 1979 г. были проведены успешные эксперименты [8] по осуществлению опыта Саньяка для определения скорости вращения Земли с использованием чисто квантового явления интерференции фаз тепловых нейтронов, обходящих после начального расщепления волновой функции контур трехзеркального интерферометра площадью  $S = 9$  см<sup>2</sup>. Для формирования замкнутой траектории для движущихся нейтронов использовалось явление брэгговской дифракции в монокристаллических зеркалах. С учетом вида волны де Бройля для движущегося нейтрона с  $\lambda = 2\pi\hbar/mv$  и того факта, что траектория

каждого из встречных пучков в трехзеркальном интерферометре охватывает только половину полного периметра, итоговое выражение для квантовомеханической разности фаз принимает вид

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2mS\Omega\hbar^{-1} \quad (1.3)$$

и не зависит от энергии и скорости нейтрона.

Это же соотношение справедливо для вращающихся фазочувствительных интерферометров, использующих интерференцию когерентных электронных состояний в сверхпроводящих скивадах.

Подводя итоги хронологии наиболее характерных моделей реализации опыта Саньяка, необходимо отметить, что для всех моделей существенным является наличие: а) встречных пучков взаимно когерентного излучения; б) системы формирования замкнутой траектории для этих пучков; в) высокоэффективных фазочувствительных устройств, обеспечивающих детектирование вращения.

Исходя из общей логики исследований, целесообразным является проведение опыта Саньяка на рентгеновском или гамма-излучении [9—12]. Кроме полноты общего методологического подхода (проверка эффекта во всех диапазонах) это, с одной стороны, позволило бы (в перспективе) существенно увеличить точностные характеристики опыта по сравнению со случаем использования излучения видимого диапазона при той же площади интерферометра за счет уменьшения  $\lambda$ . С другой стороны, переход к коротковолновому электромагнитному излучению чисто технологически гораздо более простой, чем использование явления нейтронной интерференции с той же, что и для квантов и типичной для брэгговской дифракции, длиной волны  $\lambda \cong 0,5 - 2 \text{ \AA}$  монохроматичных тепловых нейтронов, которые в достаточном количестве могут быть получены только при монохроматизации потока от реакторных источников.

Вместе с тем, как показывают дальнейшие расчеты и результаты проведенных нами экспериментов, сама постановка опыта Саньяка на рентгеновском излучении связана с необходимостью преодоления ряда очень существенных затруднений, обусловленных, как правило, флуктуационными эффектами.

В настоящей работе представлены как теоретические аспекты опыта Саньяка на рентгеновском излучении, так и результаты совместных экспериментальных исследований, проводившихся на специальной установке, созданной для этих целей.

Ниже в разделе 2 проведено детальное рассмотрение особенностей метрики неинерциально движущихся интерферометров и резонаторов, а также электродинамики волновых полей в них, что требует использования элементов не только специальной, но и общей теории относительности.

В разделе 3 исследованы особенности распространения собственных волн рентгеновского диапазона и их взаимодействия с системой монокристаллических зеркал в зависимости от детерминированных и флуктуационных фазовых соотношений (в том числе, вызванных вращением) в системе интерферометра.

Разделы 4 и 5 посвящены постановке, методике и результатам экспериментальной реализации опыта Саньяка на рентгеновском излучении.

## 2. Электродинамика и метрика вращающихся оптических систем

В связи с существенно неинерционным характером движения вращающейся системы, в пределах которой наблюдается эффект Саньяка, последовательное рассмотрение его возможно только в рамках теории, основанной как на специальной, так и на общей теории относительности. Ниже, в рамках такого общего подхода, изложены результаты исследований особенностей электродинамики материальных сред в нестационарных системах отсчета применительной к задаче наблюдения "вихревого оптического эффекта" в рентгеновском диапазоне.

Наглядное представление об общих закономерностях эффекта Саньяка безотносительно к длине волны используемого излучения можно составить на основе следующей модели. Пусть по круговому пути (рис. 2) свет от источника после расщепителя распространяется в двух противоположных направлениях. При этом кольцевая система может быть построена как многозеркальный интерферометр, волоконно-оптическая система или система замкнутого резонатора. Если кольцевая система покоится относительно инерциальной лабораторной системы отсчета, то оба световых луча имеют одинаковые условия распространения и придут к исходному расщепителю с одинаковой фазой. При вращении условия распространения противоположно бегущих волн изменяются: меняется их скорость распространения и, следовательно, появляется дополнительный набег фазы [13].

Продemonстрируем этот эффект на примере вращающегося диска. Пусть система  $K'$  — инерциальная лабораторная система с координатами  $\mathbf{r}'$ , а система  $K$  — вращающаяся система диска с координатами  $\mathbf{r}$ . Определим метрику вращающегося диска [14]. Элемент длины в направлении радиуса диска в обеих системах одинаков, но касательный элемент к окружности — разный. С точки зрения инерциального наблюдателя в системе  $K'$  элемент вдоль линейной скорости вращения диска согласно преобразованиям Лоренца должен сокращаться

$$dl' = dl(1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad \boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}c^{-1}, \quad \mathbf{v} = [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}], \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{v}$  — линейная скорость, а  $\boldsymbol{\Omega}$  — угловая скорость вращения,  $c$  — скорость света в вакууме. Концентрические окружности двух систем совпадают, но длины их разные

$$l = 2\pi r, \quad l' = \oint dl' = 2\pi r[1 - (\Omega r c^{-1})^2]^{-1/2} > l.$$

Таким образом, так как на вращающемся диске не выполняются обычные соотношения евклидовой геометрии, то для адекватного описания поведения электромагнитного поля необходимо перейти к ковариантной формулировке. Для упрощения расчетов рассмотрим распространение света вдоль окружности вращающегося диска.

4-мерный интервал  $ds$  для света, распространяющегося по окружности, в инерциальной системе записывается в цилиндрических координатах следующим образом

$$ds^2 = c^2 dt'^2 - r'^2 d\varphi'^2 = 0. \quad (2.2)$$

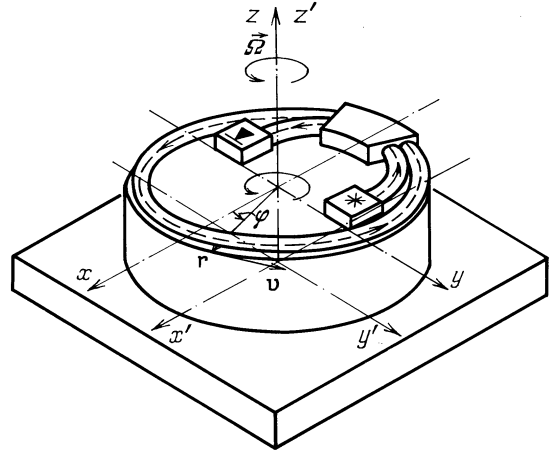


Рис. 2. Кольцевой интерферометр во вращающейся системе координат

Воспользуемся преобразованиями координат для вращающегося диска

$$dt' = \gamma dt, \quad d\varphi' = d\varphi + \gamma \Omega dt, \\ \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad r' = r. \quad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в (2.2), получаем

$$ds^2 = [\gamma c dt + r(d\varphi + \gamma \Omega dt)] \times \\ \times [\gamma c dt - r(d\varphi + \gamma \Omega dt)] = 0.$$

В результате находим

$$dt = r d\varphi [\gamma c(1 \mp \Omega r c^{-1})]^{-1}. \quad (2.4)$$

Интегрируя по полному центральному углу круга, находим изменение времени обхода световых лучей вдоль противоположных направлений окружности на вращающемся диске. Разность времен обхода световыми лучами по периметру вращающегося диска в первом порядке по угловой скорости определяется соотношением

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 4\pi r^2 \Omega c^{-2} = 4S \Omega c^{-2}. \quad (2.5)$$

(Отметим, что этот результат приведен и в других работах, например, [16,33,35].) Относительное изменение скорости распространения волн по окружности равно  $v/c = \Omega r/c$ . В линейном приближении результат (2.5) может быть получен для любой формы плоского контура для оптических лучей, исходя из векторной записи соотношения (2.4)

$$\Delta t = 2c^{-2} \oint \mathbf{v} d\mathbf{r} = 2c^{-2} \iint [\nabla \times \mathbf{v}] n dS = \\ = 4S \boldsymbol{\Omega} n c^{-2}, \quad (2.6)$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль, восстановленная к площади  $S$  контура с учетом правила правого буравчика  $[\nabla \times \mathbf{v}] = 2\boldsymbol{\Omega}$ . Для двух типов кольцевых систем: резонаторной (с полным охватом каждым из встречных лучей всего контура) и интерферометрической (соответственно, с полуохватом), разность времен обхода лучей по контуру приводит к изменению разности фаз.

Метрика вращающегося диска отличается от метрики инерциальных систем. В декартовой системе координат преобразования вращения

$$\begin{aligned} d\mathbf{r} &= \bar{\bar{R}} d\mathbf{r}' + \mathbf{v} dt, \\ \bar{\bar{R}} &= \begin{pmatrix} \cos \Omega t, & -\sin \Omega t, & 0 \\ \sin \Omega t, & \cos \Omega t, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

приводят к следующему выражению для 4-мерного интервала:

$$\begin{aligned} ds^2 &= -c^2 \{1 - [\Omega^2 r^2 - (\Omega \mathbf{r})^2] c^{-2}\} dt^2 + \\ &+ 2[\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}] dr dt + d\mathbf{r}^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \\ g_{00} &= -(1 - \beta^2), \quad g_{0k} = \beta_k, \quad g_{mn} = \delta_{mn}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Результаты (2.8) показывают, что для описания условий распространения электромагнитных волн на вращающейся платформе необходимо переходить к метрике неинерциальных систем отсчета. Кроме того, изложенный здесь кинематический подход справедлив только для таких систем, где в оптическом канале нет дополнительных элементов. В большинстве интерферометров или резонаторов в оптический канал включены оптические элементы (пластинки, фазосдвигающие устройства, кристаллические структуры). Более того, так как сама дифракция в рентгеновском диапазоне — объемный эффект, то вещество кристаллических зеркал неизбежно входит составным элементом оптического пути. В связи с этим очевидно, что исходными уравнениями для описания состояния электромагнитных волн во вращающихся системах могут быть только уравнения Максвелла в ковариантной форме записи и соответствующие материальные уравнения. Введем бивекторы электромагнитного поля [15]

$$\begin{aligned} F^{\mu\nu} &= \{F^{0k}, F^{mn}\} = \{\mathbf{D}, \mathbf{H}\}, \\ E_{\mu\nu} &= \{E_{k0}, E_{mn}\} = \{\mathbf{E}, \mathbf{B}\}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

составляющими которых являются 3-мерные векторы электромагнитной индукции и напряженности поля. В используемых здесь обозначениях греческие индексы у тензоров соответствуют значениям  $\alpha = 0, 1, 2, 3$ , а латинские —  $m = 1, 2, 3$ . Тогда уравнения Максвелла расписываются через 4-мерную дивергенцию или вихрь бивекторов электромагнитного поля

$$\nabla_\alpha F^{\mu\alpha} = 4\pi j^\mu, \quad \nabla_{[\lambda} E_{\mu\nu]} = 0, \quad (2.10)$$

где 4-мерный вектор плотности тока связан с плотностью электрического заряда и тока следующим соотношением

$$j^\mu = \{j^0, j^k\} = \{\rho, \mathbf{j}c^{-1}\}. \quad (2.11)$$

В системе уравнений (2.10) ковариантные производные определены через коэффициенты связности, которые в свою очередь могут быть выражены через производные от фундаментального тензора, в том числе для вращающихся систем (2.8). Связь между бивекторами (2.9) различной ковариантности в электродинамике инерциальных и неинерциальных систем осуществляется с

помощью фундаментального тензора, а в электродинамике сред — с помощью тензора диэлектрической и магнитной проницаемости (Д–М-тензор) Тамма–Мандельштама. Для изотропных сред в собственной системе инерциально покоящейся среды этот 4-мерный тензор имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon^{\mu\nu} &= \frac{1}{\mu^{1/2}} \begin{pmatrix} -\varepsilon\mu, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{pmatrix}, \\ \varepsilon_{\mu\alpha} \varepsilon^{\alpha\nu} &= \delta_\mu^\nu; \end{aligned} \quad (2.12)$$

здесь  $\varepsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости. Обычным трехмерным уравнениям связи  $D = \varepsilon E$ ,  $B = \mu H$  в 4-мерной форме записи соответствуют так называемые материальные уравнения

$$F^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\alpha} \varepsilon^{\nu\beta} E_{\alpha\beta}. \quad (2.13)$$

Последние соотношения остаются справедливыми в любой системе отсчета. Необходимы только конкретные сведения о функциональной зависимости элементов Д–М-тензора от параметров среды и ее движения. Для определения вида составляющих Д–М-тензора удобно воспользоваться конформно-диадными преобразованиями для фундаментального тензора

$$\varepsilon^{\mu\nu} = \alpha(g^{\mu\nu} - \kappa u^\mu u^\nu), \quad \varepsilon_{\mu\nu} = \alpha^{-1}(g_{\mu\nu} + \chi u_\mu u_\nu), \quad (2.14)$$

в которых  $u^\mu$  — 4-скорость элемента среды,  $\alpha^{-2} = \mu$ ;  $\kappa = \varepsilon\mu - 1$ ;  $\chi = \kappa/(1 + \kappa)$ . Уравнения связи (2.13) можно переписать через 4-валентные Д–М-тензоры

$$\begin{aligned} F^{\mu\nu} &= \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu, \alpha\beta} E_{\alpha\beta}, \\ \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu, \alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta, \gamma\omega} &= \delta_{\gamma\omega}^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

где

$$\varepsilon^{\mu\nu, \lambda\sigma} = 2\varepsilon^{[\mu\lambda} \varepsilon^{\nu]\sigma} = 2\alpha^2 \left( g^{[\mu\lambda} g^{\nu]\sigma} + 2\kappa u^{[\lambda} g^{\sigma] [\mu} u^{\nu]} \right).$$

4-валентные Д–М-тензоры (2.15) очень громоздки. Однако, если учесть их симметрию, то линейно независимыми из 256 элементов остаются только 36. Для компактности рассмотрения удобно перейти к описанию материальных уравнений (2.15) в 6-мерном пространстве бивекторов электромагнитного поля. Введем коллективные индексы 6-мерного (конфигурационного) пространства [14]  $A = \{01, 02, 03, 23, 31, 12\}$ . После этого бивекторы электромагнитного поля (2.9) можно представить в 6-мерном пространстве с помощью однорядного столбца или шестирядной строки

$$\begin{aligned} E^A &= \{E^{0k}, E^{mn}\} = \{\mathbf{D}, \mathbf{H}\}, \\ E_A &= \{E_{0k}, E_{mn}\} = \{-\mathbf{E}; \mathbf{B}\}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

В результате 4-валентные Д–М-тензоры в 4-мерном пространстве становятся 2-валентными в 6-мерном бивекторном пространстве. Это позволяет упростить запись материальных уравнений. В соответственной системе даже анизотропной среды 6-мерные Д–М-тензоры приобретают простой вид, удобный для сравнения с обычными 3-мерными тензорами диэлектрической  $\bar{\varepsilon}$  и

магнитной  $\bar{\mu}$  проницаемости

$$\begin{aligned} \varepsilon^{A,B} &= \begin{pmatrix} -\bar{\varepsilon} & | & 0 \\ 0 & | & \bar{\mu}^{-1} \end{pmatrix}; \\ \varepsilon_{A,B} &= \begin{pmatrix} -\bar{\varepsilon}^{-1} & | & 0 \\ 0 & | & \bar{\mu} \end{pmatrix}; \end{aligned} \quad (2.17)$$

здесь 6-мерные матрицы разбиты на четыре 3-мерные блока. В итоге уравнения связи (2.13) для бивекторов электромагнитного поля принимают вид

$$E^A = \varepsilon^{A,B} E_B, \quad \varepsilon^{A,B} \varepsilon_{B,C} = \delta_C^A. \quad (2.18)$$

Конформно-диадные преобразования (2.14) для фундаментального тензора в 6-мерной форме записи мало изменяют свой вид и равны

$$\varepsilon^{A,B} = \alpha^2 (g^{A,B} - \kappa u^{A,B}), \quad u^{A,B} = 2u^{[\lambda} g^{\sigma][\mu} u^{\nu]}. \quad (2.19)$$

Используя определения (2.19) и (2.17) можно вычислить 6-мерный Д-М-тензор в собственной системе вращающегося диска

$$\begin{aligned} \varepsilon^{A,B} &= \begin{pmatrix} -(\bar{\varepsilon}\bar{g}^{-1} - \bar{\mu}^{-1}\bar{\beta} & | & -\bar{\mu}^{-1}\bar{V} \\ \hline \bar{\mu}^{-1}\bar{V} & | & \bar{\mu}^{-1}\bar{g} \end{pmatrix}, \\ \bar{V} &= \begin{pmatrix} 0, & 0, & \beta_y \\ 0, & 0, & -\beta_z \\ -\beta_y, & \beta_x, & 0 \end{pmatrix}, \\ \varepsilon_{A,B} &= \begin{pmatrix} -\bar{\varepsilon}^{-1}\bar{g} & | & -\bar{\varepsilon}^{-1}\bar{V} \\ \hline \bar{\varepsilon}^{-1}\bar{V} & | & \bar{\mu}\bar{g}^{-1} - \bar{\varepsilon}^{-1}\beta \end{pmatrix}, \\ \bar{g} &= \begin{pmatrix} 1 - \beta_y^2, & \beta_x\beta_y, & 0 \\ \beta_x\beta_y, & 1 - \beta_x^2, & 0 \\ 0, & 0, & 1 - \beta^2 \end{pmatrix}, \\ \bar{\beta} &= \frac{1}{1 - \beta^2} \begin{pmatrix} \beta_y^2, & -\beta_x\beta_y, & 0 \\ -\beta_x\beta_y, & \beta_x^2, & 0 \\ 0, & 0, & \beta^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Блочная структура 6-мерных матриц позволяет сравнительно легко перейти от бивекторной формы записи материальных уравнений (2.18) к 3-мерной векторной. В частном случае изотропных сред эти уравнения векторов индукции и напряженности поля упрощаются

$$\mathbf{D} = \varepsilon\bar{g}^{-1}\mathbf{E} - \gamma^2[\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{H}], \quad \mathbf{B} = \mu\bar{g}^{-1}\mathbf{H} + \gamma^2[\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}]. \quad (2.21)$$

Аналогичные соотношения можно составить не только для материальных сред, но и материальных систем, находящихся в поле вращающихся масс. Например, для метрики Керра [16] для случая поля вдали от центра массы, когда  $r \gg r_g \equiv 2\gamma m/c^2$ , 4-мерный интервал в локальной декартовой системе координат принимает вид

$$\begin{aligned} ds^2 &= -c^2(1 - r_g r^{-1}) dt^2 + dx^2(1 - r_g r^{-1})^{-1} + \\ &+ dy^2 + dz^2 + 2r_g r^{-2} a_r ct dz, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где постоянная  $a_r = a \sin \theta$  пропорциональна составляю-

щей момента количества движения. Используя фундаментальный тензор метрики (2.22), можно построить его 6-мерную конструкцию. Расписав материальные уравнения вида (2.18), приходим к 3-мерным уравнениям, аналогичным (2.21)

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \bar{N}(\mathbf{E} - \bar{W}\mathbf{H}), \quad \mathbf{B} = \bar{N}(\mathbf{H} + \bar{W}\mathbf{E}), \\ \bar{N} &= \begin{pmatrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & (1 - r_g r^{-1})^{-1}, & 0 \\ 0, & 0, & (1 - r_g r^{-1})^{-1} \end{pmatrix}, \\ \bar{W} &= W \begin{pmatrix} 0, & -1, & 0 \\ 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}, \quad W = r_g a_r r^{-2}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

В случае невращающейся гравитационной массы момент количества движения  $|\mathbf{M}| = mca \rightarrow 0$  и метрика Керра переходит в метрику Шварцшильда, а 3-мерные тензоры  $\bar{W} \rightarrow 0$ . В результате уравнения связи (2.23) переходят в обычные по форме материальные уравнения только для электрических или только магнитных векторов поля. Таким образом, эффект вращения в первом порядке по угловой скорости может быть получен в конечных формулах при использовании уравнения связи векторов индукции и напряженности с дополнительными слагаемыми (2.21) или (2.23). Чтобы прийти к этим конечным результатам, необходимо решить уравнения Максвелла совместно с материальными уравнениями (2.21), (2.23).

В общем случае система уравнений Максвелла (2.10) с материальными уравнениями (2.21) очень громоздка из-за зависимости тензоров проницаемости во вращающейся системе от координат. В ряде случаев возможно ее упрощение. Так, в приближении геометрической оптики можно пренебречь изменениями параметров поля и среды в поперечной плоскости волновых фронтов электромагнитных волн. Тогда в локальной области при распространении волн вдоль линейной скорости вращения для векторов электромагнитного поля остаются справедливыми решения для плоских волн

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})], \\ |\mathbf{E}_0| &= \text{const}, \quad \mathbf{k} = \xi \omega c^{-1}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор, а  $\xi$  — векторы нормальной рефракции, которые по модулю равны показателю преломления.

Дифференциальные уравнения для свободного электромагнитного поля переходят в векторные

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= -[\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{H}], \quad \mathbf{B} = [\boldsymbol{\xi} \times \mathbf{E}], \\ \boldsymbol{\xi}\mathbf{D} &= 0, \quad \boldsymbol{\xi}\mathbf{B} = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

с материальными уравнениями (2.21). Совместное решение (2.25) и (2.21) приводит к эффективным тензорам диэлектрической и магнитной проницаемости

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \bar{\varepsilon}_{\text{eff}}\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \bar{\mu}_{\text{eff}}\mathbf{H}, \\ \bar{\varepsilon}_{\text{eff}} &= (\bar{n} - \overleftrightarrow{\beta}\boldsymbol{\xi})\mu^{-1}, \quad \bar{\mu}_{\text{eff}} = (\bar{n} - \boldsymbol{\beta}\overleftrightarrow{\xi})\varepsilon^{-1}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

где использованы 3-мерные тензоры  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \equiv \overleftrightarrow{\mathbf{a}}\mathbf{b}$ :

$$\bar{n} = \gamma^2 \begin{pmatrix} (\varepsilon\mu - \beta^2) - \beta_1^2(\varepsilon\mu - 1), & -(\varepsilon\mu - 1)\beta_1\beta_2, & 0 \\ -(\varepsilon\mu - 1)\beta_1\beta_2, & (\varepsilon\mu - \beta^2) - \beta_2^2(\varepsilon\mu - 1), & 0 \\ 0, & 0, & \varepsilon\mu - \beta^2 \end{pmatrix},$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0, & -a_3, & a_2 \\ a_3, & 0, & -a_1 \\ -a_2, & a_1, & 0 \end{pmatrix}.$$

Вектор нормальной рефракции находится из решения уравнения, когда определитель однородной системы уравнений для векторов напряженности электромагнитного поля обращается в нуль

$$\left| \left( \vec{\xi} \vec{\xi} + \varepsilon \mu \vec{g} \vec{g}^{-1} + \gamma^2 \vec{\beta} \vec{\beta} \right) - \left( \vec{\xi} \vec{\beta} + \vec{\beta} \vec{\xi} \right) \right| = 0. \quad (2.27)$$

В частном случае распространения волн вдоль кольцевой системы, когда в каждой ограниченной области волновой вектор параллелен линейной скорости вращения, получаем решение для плоской волны ТЕМ с волновым сопротивлением  $R = |\mathbf{E}|/|\mathbf{H}| = (\mu/\varepsilon)^{1/2}$ , для которой вектор нормальной рефракции преобразуется по закону

$$\xi = (\xi_0 + \beta)(1 - \beta^2)^{-1}, \quad \xi_0 = (\varepsilon\mu)^{1/2}. \quad (2.28)$$

Полученный результат (2.28) есть основной для определения разности фаз при прохождении волн по периметру во взаимно противоположных направлениях в опыте Саньяка на основе, соответственно, резонатора или интерферометра

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \pm 4\pi S\Omega [\lambda c(1 - \beta^2)]^{-1}, \\ \varphi_0 &= \pm 2\pi S\Omega [\lambda c(1 - \beta^2)]^{-1}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Это же изменение эффективного показателя преломления  $|\xi|$  для двух волн, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях приводит вследствие разности оптических длин периметра резонатора к разности собственных резонансных частот

$$\omega = \omega_0(1 \pm \Omega rc^{-1})(1 - \beta^2). \quad (2.30)$$

В реальном кольцевом интерферометре или резонаторе может присутствовать поперечная модовая структура, волна становится неоднородной и отличной от решения (2.24). Это явление можно учесть, если решить систему уравнений Максвелла (2.10) совместно с материальными уравнениями в квазиоптическом приближении [17].

Во вращающейся системе при 3-мерной записи в декартовых координатах уравнения Максвелла сохраняются такими же, как и для неподвижной системы, если сохранить все четыре вектора электромагнитного поля на своих местах. С учетом материальных соотношений (2.21) система уравнений Максвелла сводится к уравнениям для векторов напряженности электрического и магнитного полей

$$\begin{aligned} \left[ \left( \nabla + \boldsymbol{\beta} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times \mathbf{H} \right] &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}, \\ \left[ \left( \nabla + \boldsymbol{\beta} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \times \mathbf{E} \right] &= -\frac{\boldsymbol{\mu}}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H}, \\ \left( \nabla + \boldsymbol{\beta} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{E} &= \frac{4\pi}{c} \left( \rho - \frac{\boldsymbol{\beta} \mathbf{j}}{c} \right), \\ \left( \nabla + \boldsymbol{\beta} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{H} &= 0. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Для тороидального регулярного резонатора решение с медленно меняющейся амплитудой поля

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_p(\mathbf{r}) \exp(-ihq), \quad (2.32)$$

в котором  $q$  — продольная координата вдоль периметра тороида,  $h$  — продольное волновое число, приводит к следующему уравнению для определения спектра собственных частот

$$K_{\perp}^2 = h_p^2 - (h_p - \omega_p \beta c^{-1})^2; \quad (2.33)$$

здесь  $K_{\perp}$  — поперечное волновое число, которое определяется поперечной модовой структурой поля и поперечными размерами волноведущей части резонатора.

В приближении геометрической оптики, когда поперечной структурой поля можно пренебречь,  $K_{\perp} \rightarrow 0$ , а для продольного волнового числа находим соотношение

$$h_p = \omega_p [(\varepsilon\mu)^{1/2} + \beta] c^{-1}, \quad (2.34)$$

аналогичное (2.28) для плоских волн с однородной структурой в первом порядке по линейной скорости вращения.

Для квазиоптического кольцевого резонатора радиуса  $r_0$ , в котором осциллирующее поле ограничено каустиками размером  $d$ , дисперсионное соотношение для собственных волн и частот принимает следующий вид

$$2K_{\perp} d = m\pi + (2n + 1) \arcsin \tanh \eta, \quad (2.35)$$

где

$$\begin{aligned} K_{\perp}^2 &= h_p - (mr_0^{-1} - \beta\omega_0 c^{-1})^2, \\ h_p &= \omega_p (\varepsilon\mu)^{1/2} c^{-1}, \quad \tanh \eta = (dr_0^{-1})^{1/2}, \end{aligned}$$

а целые числа  $p$ ,  $m$  и  $n$  определяют число волновых или полуволновых осцилляций поля, соответственно, вдоль периметра и в поперечном направлении.

Таким образом, имеющиеся уравнения в электродинамике сред во вращающихся системах отсчета позволяют провести расчет фазовых изменений в интерферометрах или биений частоты в кольцевых резонаторах с активной средой, возникающих за счет вращения платформы, а также таких параметров, как диэлектрическая и магнитная проницаемости в оптических каналах или самой конструкции системы. В частности, влияние вращения сказывается не только на фазовые (2.29) и частотные (2.30) характеристики, но и на величину эффективной восприимчивости среды, определяемую из (2.28) и равную

$$\chi_{\text{ef}} \equiv \varepsilon_{\text{ef}} - 1 \equiv |\xi| - 1 \cong \chi + 2\beta. \quad (2.36)$$

В случае рентгеновского диапазона именно  $\chi_{\text{ef}}$  в итоге определяет все характеристики брэгговской дифракции, как основополагающего эффекта в рентгеновском аналоге опыта Саньяка. Видно, что в рентгеновском диапазоне, который характеризуется очень малым значением  $|\chi| \ll 1$ , влияние релятивистского фактора проявляется при меньшем значении  $\beta \ll 1$  и становится определяющим при  $\beta > |\chi|/2$ , в то время как в оптике видимого диапазона подобное по

эффективности влияние возможно только при движении с субсветовыми скоростями. В рассматриваемых ниже задачах с  $\beta \ll |\chi|$  будем полагать при анализе дифракции  $\chi_{\text{ef}} \cong \chi$ .

### 3. Электродинамика собственных волн в кристаллическом рентгеновском резонаторе и интерферометре с учетом вращения

Все поставленные условия реализации опыта Саньяка в рентгеновском диапазоне длин волн (формирование когерентных волн, формирование замкнутой кольцевой траектории, эффективные фазочувствительные детекторы) могут быть автоматически удовлетворены в многозеркальном кристаллическом интерферометре (или резонаторе).

Рассмотрим особенности электродинамики собственных волн в кристаллических периодических структурах.

Решением волнового уравнения

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\vec{\chi}(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) \quad (3.1)$$

в кристаллах является набор собственных волн, представляющих разложение  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  в ряд Фурье по векторам обратной решетки  $\mathbf{K}_n = n\mathbf{K}$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n,i} \mathbf{e}_n^i E_n^i \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_n \mathbf{r})]. \quad (3.2)$$

Здесь  $\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_0 + \mathbf{K}_n$ ,  $\omega = 2\pi c/\lambda$ ,  $\mathbf{e}_n$  — единичный вектор поляризации электромагнитной волны, идущей в направлении вектора  $\mathbf{k}_n$ .

Пренебрегая малыми продольными составляющими  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  в кристалле [18] и используя разложение (3.1), уравнение (2.1) несложно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \sum_n (k_n^2 - \omega^2 c^{-2}) E_n^i [i(\omega t - \mathbf{k}_n \mathbf{r})] = \\ = \frac{4\pi\omega^2}{c^2} \sum_{\beta,l} \chi^{il}(r) E_\beta^l \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_\beta \mathbf{r})], \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $\chi^{il}(r)$  — тензор локальной восприимчивости кристалла. Умножая это уравнение на  $\exp[-i(\omega t - \mathbf{k}_\alpha \mathbf{r})]$  и интегрируя по объему элементарной ячейки кристалла  $V_0$ , находим

$$\begin{aligned} (\mathbf{k}_\alpha^2 \kappa^{-2} - 1) E_\alpha^i = \sum_{\beta,l} g_{\alpha\beta}^{il} E_\beta^l, \\ g_{\alpha\beta}^{il} = \frac{4\pi}{V_0} \int_{V_0} \chi^{il}(r) \exp[i(\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_\beta) \mathbf{r}] dV, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где  $g_{\alpha\beta}^{il}$  — тензор с компонентами, пропорциональными фурье-плотности локальной восприимчивости одной элементарной ячейки,  $\kappa = \omega/c$ . Величина  $g_{\alpha\beta}^{il}$ , по сути, соответствует амплитуде рассеяния волны  $E_\alpha^i$  в волну  $E_\beta^l$  на одной элементарной ячейке.

Учитывая конкретные параметры  $\gamma$ -перехода в ядре и электронного перехода в атоме, явное выражение для  $g_{\alpha\beta}^{il}$  может быть приведено к общему виду [19]

$$\begin{aligned} g_{\alpha\beta}^{il} = \tilde{\chi}_{\alpha\beta}^{il} + \chi_{\alpha\beta}^{il}, \\ \chi_{\alpha\beta}^{il} = r_0 F_{\alpha\beta} (|k_\alpha - k_\beta|) p^{il}(\theta_\alpha, \varphi_\alpha; \theta_\beta, \varphi_\beta), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{\alpha\beta}^{il} = \tilde{\chi}_{0\alpha\beta} \sum_{M,M_0} C_{J_0 L M (M-M_0)}^{JM} C_{J L M (M_0-M)}^{J_0 M_0} \times \\ \times \frac{(\mathbf{X}_L^{M-M_0}(\theta_\alpha, \varphi_\alpha) \mathbf{e}_\alpha^i) (\mathbf{X}_L^{M_0-M}(\theta_\beta, \varphi_\beta) \mathbf{e}_\beta^l)}{i + [2(\omega - \omega_{M,M_0})/\Gamma]}; \end{aligned} \quad (3.5)$$

здесь  $r_0$  — классический радиус электрона;  $F_{\alpha\beta}$  — атомный фактор;  $p^{il}$  — поляризационный фактор для электронного рассеяния;  $C_{J_0 L M_1 (M_2-M_1)}^{J_2 M_2}$  — коэффициенты Клебша–Жордана;  $\mathbf{X}_L^{M_2-M_1}(\theta_\alpha, \varphi_\alpha)$  — векторная сферическая гармоника для электромагнитного перехода мультипольностью  $L$  между сверхтонкими подуровнями ядра с проекциями спина на ось квантования  $M_1$  и  $M_2$ ;  $\mathbf{e}_\alpha^i$  — векторы поляризации собственной волны  $E_\alpha^i$ , лежащие в плоскости рассеяния ( $i=2$ ) или перпендикулярно ей ( $i=1$ );  $\theta_\alpha$  и  $\varphi_\alpha$  — пространственные углы, описывающие ориентацию вектора  $\mathbf{k}_\alpha$ ;  $\tilde{\chi}_{0\alpha\beta}$  — параметр, учитывающий относительную концентрацию резонансных ядер, фактор Мёссбауэра, а также положение резонансного ядра в элементарной ячейке [19,20].

Для резонансных процессов с использованием мёссбауэровского  $\gamma$ -излучения  $|\tilde{\chi}_{\alpha\beta}^{il}| \gg |\chi_{\alpha\beta}^{il}|$ .

В практически наиболее важных случаях бесконечная система линейных уравнений (3.4) существенно упрощается.

Если направление  $k_0$  падающей на кристалл волны  $E_0^i$  не удовлетворяет условию Брэгга, соответствующему в данном случае требованию  $\mathbf{k}_\alpha - \mathbf{k}_0 = \pm \mathbf{K}_n$ , то интегрирование по объему элементарной ячейки в выражении для  $g_{\alpha\beta}^{il}$  оказывается отличным от нуля только для рассеяния без изменения направления волны. Вследствие этого задача сводится к случаю прямолинейного распространения волны в анизотропной среде.

Следующим по сложности и наиболее важным по значимости является тот случай, когда условие Брэгга выполняется только для одной из рассеянных волн с волновым вектором  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_0 \pm \mathbf{K}$ . При этом отличны от нуля только амплитуды собственных волн  $E_0^i$  и  $E_1^l$ . Эти волны связаны системой четырех уравнений

$$\begin{aligned} (\kappa_\alpha^2 \kappa^{-2} - 1) E_\alpha^i = \sum_{l=1}^2 \sum_{\beta=0}^1 g_{\alpha\beta}^{il} E_\beta^l, \\ i = 1, 2, \quad \alpha = 0, 1. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Полагая, как обычно [18],  $k_0 = \kappa(1 + \varepsilon)$ ,  $k_1 = \kappa[1 + b\varepsilon + (\delta/2)]$ , где  $|\varepsilon| \ll 1$ ,  $b = \cos \theta_0 / \cos \theta_1$ , а  $\delta = \mathbf{K}(\mathbf{K} + 2\mathbf{k})/\kappa^2$  — малое угловое отклонение направления падения волны на кристалл от точного условия Брэгга, из требования равенства нулю детерминанта системы (3.6) находим дисперсионное уравнение четвертого порядка, определяющее комплексную величину  $\varepsilon$ , характеризующую, в частности, поглощение волн. В общем случае в явном виде такое решение не может быть найдено. Некоторые частные случаи, допускающие нахождение  $\varepsilon$ , рассмотрены в [18–20]. Существенное упрощение уравнения для  $\varepsilon$  возможно в простейшем случае отсутствия внешних полей, действующих на рассеивающее ядро или атом, или при наличии такого внешнего возмущения, собственные значения энергии которого не зависят от знака проекции спина рассеивающего ядра на ось квантования. Последнему условию удовлетворяет, например, квадрупольное взаимодействие момента ядра с электростатическим полем решетки. При этом выражение для  $g_{\alpha\beta}^{il}$  (3.5) становится

диагональным по индексам поляризации и  $g_{\alpha\beta}^{ii} = g_{\alpha\beta}^{ii} \delta_{ii}$ . В результате система (3.6) разбивается на две независимые подсистемы из двух уравнений каждая для разных поляризаций поля

$$(k_x^2 \kappa^{-2} - 1)E_\alpha^i = \sum_{\beta=0}^1 g_{\alpha\beta}^{ii} E_\beta^i, \quad \alpha = 0, 1, \quad (3.7)$$

а решение дисперсионного уравнения этой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,2}^i &= \frac{1}{4}(g_{00}^{ii} + b g_{11}^{ii} - b\delta) \mp \\ &\mp \frac{1}{4}[(g_{00}^{ii} + b g_{11}^{ii} - b\delta)^2 + 4b(g_{00}^{ii} \delta - \Delta^i)]^{1/2}, \\ \Delta^i &= g_{00}^{ii} g_{11}^{ii} - g_{01}^{ii} g_{10}^{ii}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Появление двух волновых векторов  $\mathbf{k}(\varepsilon_1^i)$ ,  $\mathbf{k}(\varepsilon_2^i)$  как для преломленной, так и для отраженной волн связано со снятием вырождения в пространстве волновых чисел, что является следствием взаимодействия волн в кристалле. Явный вид  $\varepsilon_{1,2}^i$  зависит от характерного параметра  $\Delta^i$ . Из (3.5) следует, что в случае электрического дипольного перехода E1 в рассеивающем ядре  $g_{00}^{11} = g_{11}^{11} = g_{01}^{11} = g_{10}^{11}$  и  $\Delta^1 = 0$  для волны, поляризованной перпендикулярно плоскости рассеяния, в то время, как для волны, поляризованной в плоскости рассеяния, имеем

$$\begin{aligned} g_{00}^{22} &= g_{11}^{22} = g_{01}^{22}(\cos 2\theta_0)^{-1} = g_{10}^{22}(\cos 2\theta_0)^{-1}, \\ \Delta^2 &= (g_{00}^{22})^2 \sin^2 2\theta_0. \end{aligned}$$

Для магнитного дипольного перехода типа M1 в случае мессбауэровского излучения с  $|\chi_{\alpha\beta}^{ii}| \gg |\chi_{\alpha\beta}^{ii}|$  имеем  $\Delta^2 = 0$ ;  $\Delta^1 = (g_{00}^{11})^2 \sin^2 2\theta_0$ .

Для обоих этих типов переходов при падении на кристалл волны  $E_0^i$  в точном направлении Брэгга, для которого  $\delta = 0$ , и с поляризацией, соответствующей условию  $\Delta^i = 0$ , имеем

$$\varepsilon_1^i = 0, \quad \varepsilon_2^i = \frac{1}{2} g_{00}^{ii} (1 + b).$$

Обращение в нуль одного из корней  $\varepsilon_1^i$ , определяющего мнимую часть  $\mathbf{k}_x$ , показывает, что волна данной поляризации создает за счет дифракции в объеме кристалла такую когерентную суперпозицию преломленной (с волновым вектором  $\mathbf{k}_0$ ) и дифрагированной (с волновым вектором  $\mathbf{k}_1$ ) волн (3.3), которая проходит сквозь кристалл (случай дифракции в геометрии Лауэ) или отражается от него (дифракция в геометрии Брэгга) без потерь. Одновременно второй корень  $\varepsilon_2^i > g_{00}^{ii}$  для дифракции Лауэ ( $b > 0$ ) соответствует такой суперпозиции волн, которая будет сильно поглощаться в кристалле.

Если сравнить последний корень  $\varepsilon_2^i$  с решением (3.8), полученным для углов, существенно отличных от брэгговского, и равным  $\varepsilon^i = g_{00}^{ii}/2$ , то видно, что этот вид решения обеспечивает пространственное затухание указанной суперпозиции с декрементом, в  $1 + b$  раз большим, чем в случае волны, распространяющейся вне пределов области дифракции по Лауэ.

В то же время для дифракции по Брэггу второй корень дисперсионного уравнения  $\varepsilon_2^i \ll g_{00}^{ii}/2$  и в случае симметричной дифракции с  $b = -1$  он обращается в нуль. Этот результат свидетельствует о возможности почти пол-

ного исключения объемного поглощения для всего падающего излучения определенной поляризации при симметричном отражении от поверхности и реализации такого эффекта только для части (примерно половины) падающего излучения, соответствующей первому корню  $\varepsilon_1^i$  для дифракции по Лауэ, когда падающая волна и сумма преломленной и дифрагированной волн лежат по разные стороны кристалла. Очевидно, что дифракция по Брэггу может быть использована для создания высококоэффициентного отражающего зеркала с коэффициентом отражения  $R \approx 1$ , а дифракция по Лауэ — для создания когерентного расщепителя коротковолнового излучения, а также, в ряде случаев, для создания отражающего зеркала.

Рассмотрим явный вид структуры поля в геометрии Лауэ. В этом случае из (3.7) находим

$$E_1^i(\varepsilon_{1,2}^i) = [(2\varepsilon_{1,2}^i - g_{00}^{ii})(g_{01}^{ii})^{-1}] E_0^i(\varepsilon_{1,2}^i).$$

Из этого соотношения для волн, распространяющихся в точном брэгговском направлении с  $\delta = 0$  и имеющих поляризацию, соответствующую условию  $\Delta^i = 0$ , получаем

$$\begin{aligned} E_1^i(\varepsilon_1^i) &= -E_0^i(\varepsilon_1^i), \quad E_1^i(\varepsilon_2^i) = E_0^i(\varepsilon_2^i), \\ E_0^i(\varepsilon_1^i) &= E_0^i(\varepsilon_2^i) = \frac{\tilde{E}_0}{2}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

где  $\tilde{E}_0$  — амплитуда падающей на кристалл волны.

С учетом (3.9) решение (3.3) принимает вид

$$\begin{aligned} E^i(r, t) &= [E_0^i(\varepsilon_1^i) + E_1^i(\varepsilon_1^i) \exp(i\mathbf{K}\mathbf{r})] \times \\ &\times \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_0(\varepsilon_1^i)\mathbf{r})] + [E_0^i(\varepsilon_2^i) + E_1^i(\varepsilon_2^i) \times \\ &\times \exp(i\mathbf{K}\mathbf{r})] \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_0(\varepsilon_2^i)\mathbf{r})], \end{aligned} \quad (3.10)$$

определяемый наличием двух типов суперпозиций собственных волн.

Первая суперпозиция преломленной и дифрагированной волн, которой соответствует корень  $\varepsilon_1^i$ , обращается в нуль в областях кристалла, совпадающих с кристаллическими плоскостями, для которых  $\mathbf{K}\mathbf{r} = 2\pi$ . Поскольку подавляющая часть атомных электронов и все ядра как раз находятся вблизи этих плоскостей, то это соответствует очень сильному подавлению процессов поглощения, что аналитически отражается в форме обращения в нуль мнимой части волновых векторов  $\mathbf{k}_0(\varepsilon_1^i)$  и  $\mathbf{k}_1(\varepsilon_1^i)$ .

Для второй суперпозиции при значении  $\mathbf{K}\mathbf{r} = 2\pi$  амплитуда суммарного поля при симметричной дифракции равна удвоенной амплитуде каждой из волн, что, в свою очередь, приводит к удвоенному значению коэффициента поглощения этой пары волн и в результате к полному ее исчезновению в слое толщиной в единицы или десятки микрон (для мессбауэровского излучения) или сотни микрон (для рентгеновской волны).

В итоге, как это и следовало из качественных соображений, приведенных выше, исходная падающая волна расщепляется в кристалле на две очень слабо затухающие когерентные волны половинной амплитуды, расходящиеся под удвоенным углом Брэгга  $2\theta_0$ .

При малом отклонении ( $\delta \neq 0$ ) направления падающей волны от точного брэгговского перестает выполняться условие (3.9), причем амплитуды обеих дифрагированных волн  $E_1^i(\varepsilon_{1,2}^i)$  начинают уменьшаться, а преломленных  $E_0^i(\varepsilon_{1,2}^i)$  — увеличиваться, что в итоге ведет к



неполной компенсации первой суперпозиции в пределах плоскости и к возрастанию ее поглощения. В предельном случае очень большого углового отклонения амплитуды дифрагированных волн становятся исчезающе малыми, а сама задача переходит в одноволновый случай. Этот эффект подавления поглощения вблизи направления Брэгга был для случая рентгеновских лучей обнаружен Борманом [21], а для мёсбауэровского излучения предсказан Каганом и Афанасьевым [18].

Используя отмеченные особенности электродинамики коротковолнового излучения в монокристаллах, можно провести анализ возможных [9—11] схем постановки опыта Саньяка, одна из которых и была реализована.

Исходное излучение от источника через систему коллимирующих диафрагм падает на монокристаллическую пластинку, установленную по отношению к направлению на источник в брэгговском положении. Формирование слабопоглощающейся волновой суперпозиции приводит к созданию в этом кристалле двух когерентных волн равной амплитуды, выходящих из него в направлениях  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k} + \mathbf{K}$

$$E^i(\mathbf{r}, t) = E_0^i(\varepsilon_1^i) \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})] + E_1^i(\varepsilon_1^i) \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_1\mathbf{r})],$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_0(\varepsilon_{1,2} = 0).$$

Для обеспечения пространственного схождения этих волн используются отражающие кристаллические зеркала в геометрии по Брэггу (рис. 3,а) или по Лауэ (рис. 3,б). В последнем случае каждая из падающих волн в свою очередь на этом зеркале расщепляется на идентичную начальной когерентную пару. В последующей интерференции в третьем кристалле используется только по одной волне из этих пар. Две оставшиеся неотраженными волны после прохода сквозь отражающее зеркало могут быть использованы в контрольном (мониторном) канале.

Заметим, что для очень тонких кристаллов толщиной  $L = L_p$ , где

$$L_p = (2p + 1)\pi \cos \theta_0 \cdot |\operatorname{Re}(k_0^i(\varepsilon_1^i) - k_0^i(\varepsilon_2^i))|^{-1}, \\ L_p < \cos \theta_0 \cdot |\operatorname{Im} k_0^i(\varepsilon_{1,2}^i)|^{-1}, \quad p = 0, 1, 2, \dots$$

в случае дифракции по Лауэ имеет место полная перекачка падающей волны в дифрагированную. Этот эффект связан с интерференцией двух пар когерентных волн с  $k_0^i(\varepsilon_1^i)$  и  $k_0^i(\varepsilon_2^i)$ , а также с  $k_1^i(\varepsilon_1^i)$  и  $k_0^i(\varepsilon_2^i)$ , идущих каждая по своему направлению и отличающихся по малой разнице волнового вектора. Возникающий при этом "маятниковый эффект" пространственно-периодической перекачки преломленной волны в дифрагированную и обратно может наблюдаться только в пределах очень тонкого слоя кристалла, где допустимо пренебрежение эффектами поглощения и амплитуды всех четырех волн, сравнимы по величине. Кроме того, для формирования однородной по сечению дифрагированной волны такой кристалл должен иметь строго постоянную толщину  $L_p$  по всей апертуре пучка.

Волновое поле на поверхности третьего кристалла, идентичного первому и одинаково с ним ориентированному, можно получить, если учесть, что пространственный поворот двух волн приводит к замене  $\mathbf{k}$  на  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k} + \mathbf{K}$

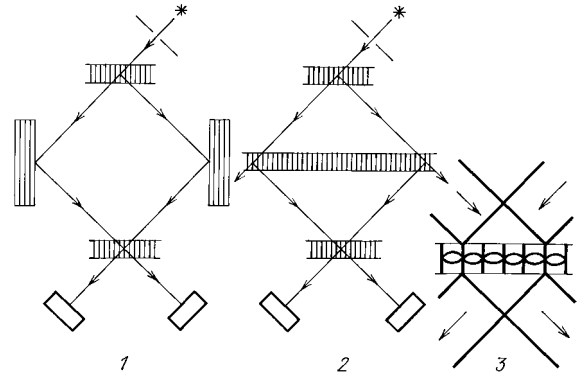


Рис. 3. Ход лучей в трехзеркальном кристаллическом интерферометре с отражающими зеркалами в геометрии Брэгга (1) и Лауэ (2); 3 — структура интерференционного поля в объеме выходного зеркала

и  $\mathbf{k}_1$  на  $\mathbf{k}_1 - \mathbf{K} = \mathbf{k}$ . В результате имеем

$$E^i(\mathbf{r}, t) = E_0^i(\varepsilon_1^i) \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_1\mathbf{r} + \varphi_1)] + E_1^i(\varepsilon_1^i) \exp[i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \varphi_2)]. \quad (3.11)$$

Здесь мы учли, что в процессе распространения двух волн по разным траекториям каждая из них может испытать дополнительный набег фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , который будет вызван физическими эффектами, лежащими вне пределов рассматриваемой теории дифракции. В соответствии с рассмотренными выше особенностями метрики и электродинамики вращающихся кольцевых структур величины  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в анализируемой постановке опыта Саньяка обусловлены (наряду с возможными флуктуационными механизмами) разностью фаз  $\pm\varphi_0$  (2.29), характеризующей движение встречных волн во вращающейся системе интерферометра. Для общности рассмотрения будем полагать, что наряду с фазовым сдвигом  $\pm\varphi_0$  каждая из встречных волн в пределах своей траектории может испытывать дополнительный набег фазы  $\Delta\varphi_{1,2}$ , что позволяет единым образом учесть возможное введение в интерферометр корректирующих фазосдвигающих элементов, а также случайные флуктуации фазы из-за нестабильности параметров системы. Переходя в (3.11) от фаз  $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta\varphi_1$  и  $\varphi_2 = -\varphi_0 + \Delta\varphi_2$  к их комбинациям  $\varphi_{a,b} = (\varphi_1 \pm \varphi_2)/2$ , находим

$$E^i(\mathbf{r}, t) = [(E_0^i + E_1^i e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}}) \cos \varphi_b + i(E_0^i - E_1^i e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}}) \sin \varphi_b] \times \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_1\mathbf{r} + \varphi_a)]. \quad (3.12)$$

Последнее соотношение показывает, что вследствие появления результирующего фазового сдвига  $\varphi_b$  две исходные когерентные волны  $E_{0,1}^i(\varepsilon_1^i)$ , падающие (симметрично плоскостям кристалла под удвоенным углом Брэгга между собой) на поверхность третьего кристаллического зеркала, образуют две когерентные суперпозиции. Если учесть, что амплитуды взаимодействующих волн связаны соотношением (3.9)  $E_1^i = -E_0^i = \tilde{E}_0/2$ , то видно, что для одной из суперпозиций (первой) суммарное поле обращается в нуль в пределах поглощающих плоскостей третьего кристалла, являющихся пространственным продолжением плоскостей первого кристалла, а для другой суперпозиции (второй в (3.12)) оно принимает в этой области максимальное значение. В итоге, первая волновая суперпозиция, относительная амплитуда которой равна  $\cos \varphi_b$ , проходит сквозь третий кристалл, играющий роль фазового анализатора или

фазо-амплитудного преобразователя, без существенного поглощения. После прохода сквозь кристалл обе волны этой суперпозиции распространяются по своим взаимонезависимым траекториям и могут быть измерены амплитудными детекторами. В то же время фотопластинка, помещенная непосредственно за выходной поверхностью третьего кристалла, может фиксировать интерференционное волновое поле.

Вторая волновая суперпозиция является сильнопоглощающейся и очень быстро затухает в кристалле, не выходя за его пределы.

В результате таких процессов интенсивность излучения, регистрируемая каждым из амплитудных детекторов, расположенных за третьим кристаллом, оказывается равной  $J \equiv J(\varphi_b) = (J_0/4) \cos^2 \varphi_b$ , где  $J_0 = \frac{E_0^2 \sigma_0 c}{4\pi \hbar \omega}$  — интенсивность падающей на кристалл расщепителя (первого зеркала) исходной волны,  $\sigma_0$  — сечение пучка.

В анализируемой постановке опыта Саньяка монокристаллические зеркала непосредственно решают все три задачи, необходимые для реализации опыта в рентгеновском диапазоне, являются источником пары когерентных рентгеновских волн (расщепителем), высокоэффективными отражателями и фазовым анализатором. Информативным сигналом, соответствующим измеряемой угловой скорости вращения  $\Omega$ , является скорость сета квантов.

Рассмотрим возможность оптимизации опыта. В связи с квадратичной зависимостью скорости сета  $N = Jt$  от  $\Omega$  при малом значении  $\varphi_b$  и  $\Omega$ , существенное повышение точности возможно при смещении рабочей точки  $\varphi_b(\Omega = 0)$  на линейный участок амплитудно-фазовой характеристики  $J(\varphi_b)$ . Это может быть достигнуто введением дополнительных фазосдвигающих элементов в одно или оба плеча интерферометра. Если при этом

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{2} = \frac{\pi}{4},$$

то зависимость  $J(\varphi_b)$  принимает вид

$$J = \frac{J_0}{8} [1 - 4\pi S\Omega(\lambda c)^{-1}]. \quad (3.13)$$

Возможно несколько способов введения в интерферометр такого дополнительного "линеаризующего" сдвига ("фазовой подставки"). Это может быть введение фазовых пластин или дополнительного вращения интерферометра с большой угловой скоростью  $\Omega_0$ , обеспечивающей необходимое значение  $\Delta\varphi = \pi/4$  при  $\Omega_0 = \lambda c/8S$ .

Более естественным способом введения "фазовой подставки" является, как показали исследования реального интерферометра, использование присутствующего в нем поля слабых деформаций, которое приводит к эквивалентному дополнительному фазовому сдвигу  $\Delta\varphi = \pi \Delta x/d$  смещению кристаллических плоскостей на величину  $\Delta x$  от их модельного (совпадающего во всех трех зеркалах) положения; здесь  $d$  — межплоскостное расстояние.

В случае неоднородного поля деформаций величина  $\Delta x$  является плавной функцией координаты  $x$ , перпендикулярной плоскостям. При относительной деформации  $\Delta d/d$  итоговое интерференционное поле на выходной поверхности последнего (третьего) зеркала будет характеризоваться муаровой картиной с периодом  $\Lambda = d^2/\Delta d$ . При достаточно сильной деформации пространственный

период этого муара может быть сопоставим с размером следа падающего рентгеновского пучка  $D = D_0/\cos \theta_0$ , что требует учета изменения фазы в пределах  $D$ . Для этого основное итоговое соотношение  $J(\varphi_b)$  необходимо усреднить по всему интервалу изменения  $\Delta\varphi$  в пределах области  $\delta\varphi = \pi D/\Lambda$ . В результате находим

$$\begin{aligned} \langle J(\varphi_b) \rangle &= \frac{J_0}{4} \frac{1}{\delta\varphi} \int_{\Delta\varphi - (\delta\varphi/2)}^{\Delta\varphi + (\delta\varphi/2)} \cos^2(\Delta\varphi + \varphi_0) d(\Delta\varphi) = \\ &= \frac{J_0}{8} [1 + F \cos 2(\Delta\varphi + \varphi_0)], \end{aligned} \quad (3.14)$$

где  $F = \sin(\delta\varphi)/\delta\varphi$  — апертурно-фазовый параметр пучка.

Наличие такого усреднения приводит к существенному уменьшению контраста в структуре интерференционного поля, а также к снижению точности измерений угловой скорости.

Оценим потенциальные возможности опыта Саньяка на рентгеновском излучении. Пренебрегая флуктуационными процессами в системе интерферометра, которые детально будут исследованы ниже, определим габариты контура интерферометра, позволяющего определить скорость вращения Земли. Принимая для оценки максимально возможную точность амплитудных измерений при счете квантов  $\Delta N/N \cong 10^{-4}$ , из (3.13) найдем минимальное значение площади интерферометра  $S_{\min} \approx 10 \text{ см}^2$ , с использованием которого принципиально возможно определение скорости вращения Земли с использованием в качестве носителя информации рентгеновского излучения с длиной волны  $\lambda \cong 0,3 \text{ \AA}$ .

Для более мягкого излучения и при меньшем размере контура интерферометра влияние вращения Земли на гироскопический эффект пренебрежимо мало. Именно такой ситуации отвечает рассматриваемый ниже эксперимент с параметрами установки и излучения  $S \cong 4,28 \text{ см}^2$ ,  $\lambda \cong 1,54 \text{ \AA}$ .

Дальнейшее повышение чувствительности опыта Саньяка может быть достигнуто при переходе к резонаторной схеме с замкнутой кольцевой траекторией и многократным обходом контура.

Основной проблемой, возникающей при реализации такой схемы, является необходимость выполнения требования замкнутости пути движения квантов [22—29]. Не останавливаясь на этой отдельной и сложной задаче, отметим, что анализ путей ее решения проводился многими авторами на основе использования неплоской траектории [22], траектории лучей в виде восьмерки с взаимопересечением их [23], ультразвукового управления параметрами дифракции Брэгга [24, 25], асимметричного отражения [26]. Последняя модель уже реализована и на ее основе создан первый и пока единственный (по видимому) действующий резонатор рентгеновского диапазона [27]. Не конкретизируя явный вид резонатора [28], рассмотрим принципиально достижимую точность измерений в нем.

Рассмотрим случай, когда собственная частота одной из мод резонатора совпадает с частотой внешнего излучения  $\omega_0$  от источника. При вращении системы частота настройки резонатора для разных направлений оказывается разной (2.30) и равна

$$\omega_r = \omega_0 [1 \pm 2S\Omega(\lambda c)^{-1}];$$

здесь  $l$  — периметр резонатора. Как следует из теории резонансных систем, волны одинаковой частоты, распространяющиеся в эквивалентных резонансных контурах с разными резонансными частотами, приобретают в итоге дополнительные фазовые сдвиги

$$\varphi_0 = \pm \arctan(2Q\Delta\omega_0 \cdot \omega_0^{-1}),$$

где  $Q$  — добротность резонатора.

При малом значении величины  $2Q\Delta\omega_0/\omega_0$  разность фаз встречных волн равна

$$\varphi_0 = \pm 4SQ\Omega(lc)^{-1}. \quad (3.15)$$

При использовании соответствующей "фазовой подставки" для линеаризации фазово-амплитудной характеристики скорости счета квантов увеличение чувствительности опыта Саньяка будет определяться отношением разности фаз для резонаторной (3.15) и интерферометрической  $\varphi_0 = \pm 2\pi S\Omega/lc$  схем и равно величине

$$G = 2\lambda Q(\pi l)^{-1}.$$

Максимальное значение  $Q$  (в пренебрежении малосущественными в рентгеновском и гамма-диапазонах дифракционными потерями) определяется выражением

$$Q^{\max} \approx 2\pi l [N_0 \lambda (1 - R)]^{-1},$$

в котором  $R$  — коэффициент отражения на каждом из  $N_0$  зеркал резонатора [10]. Для такого  $Q^{\max}$  имеем  $G^{\max} \approx 4/N_0(1 - R)$ .

С учетом экспериментального достижения значения  $R \cong 0,95$  и при  $N_0 = 4$  имеем  $G^{\max} \approx 20$ . Отметим, что в случае уже реализованного и исследованного четырехгранного резонатора из германия экспериментально определенное значение добротности  $Q \approx 2,6 \cdot 10^9$  (при длине волны  $\lambda \cong 1,8 \text{ \AA}$ ) [27] соответствует повышению точности и чувствительности в  $G \approx 3$  раза.

Отметим также, что обязательным условием возможности накопления фазового сдвига при многократном обходе является требование использования излучения, спектр которого занимает полосу частот  $\delta\omega$ , малую по сравнению с межмодовым расстоянием  $\omega_1 = 2\pi c/l$  и полосой пропускания  $\Delta\omega = \omega/Q$  резонатора. Для случая уже реализованного и возможных моноблочных кристаллических резонаторов с параметрами  $Q > 10^9$ ,  $\lambda \approx 10^{-8}$  см,  $l \cong 10$  см имеем  $\omega_1 \cong 2,10^{10}$  Гц и  $\Delta\omega \lesssim 2,10^{10}$  Гц, что на 4—5 порядков меньше, чем ширина полосы характеристического рентгеновского излучения. Очевидно, что необходимым требованием отвечает только мёссбауэровское гамма-излучение. Низкая активность изотопных мёссбауэровских гамма-источников затрудняет реализацию резонаторных схем опыта Саньяка.

#### 4. Экспериментальная установка и возможные источники погрешности в опыте Саньяка на рентгеновском излучении

С учетом очень высокой чувствительности интерференционных экспериментов с использованием излучения с малой длиной волны рентгеновского диапазона к слабым возмущающим факторам (деформация кристалли-

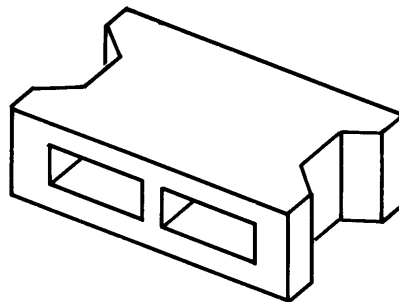


Рис. 4. Моноблочный трехзеркальный кристаллический интерферометр с угловыми колоннами жесткости

ческих зеркал в статическом положении и при движении, при наличии углового ускорения и градиента температуры и др.) для постановки опыта было изготовлено несколько "жестких" моноблочных "Ш-образных" интерферометра, каждый из которых выполнялся из единого монокристалла кремния путем механического удаления (резки) ненужных частей с последующими отжигом, шлифовкой и химической полировкой. Для придания дополнительной жесткости каждый из моноблочных интерферометров включал крепляющие три тонких зеркала толстые нижнее и верхнее основания, соединенные четырьмя угловыми колоннами (рис. 4). Интерферометр имел внешний размер  $4,5 \times 3$  см<sup>2</sup> (по периметру отражающих зеркал) и был рассчитан для использования излучения рентгеновской характеристической линии  $\text{Cu } K_{\alpha 1}$  ( $\lambda \cong 1,541 \text{ \AA}$ ) в системе перпендикулярных поверхностям зеркал плоскостей (220) с периодом  $d_{(220)} \cong 1,92 \text{ \AA}$ , чему соответствует угол дифракции  $\theta_0 \cong 23,65^\circ$  и площадь огибаемого лучами контура  $S \cong 4,28$  см<sup>2</sup>. Длина каждой из расщепленных траекторий была равна  $l/2 \cong 6,4$  см.

Предварительное исследование изготовленных интерферометров продемонстрировало отсутствие муара в центральной области интерференционного поля размером  $1 \times 1$  см<sup>2</sup> на выходной поверхности третьего зеркала и слабый муар (одна полоса) на его периферии. Это подтверждало строгую периодичность и точное совпадение плоскостей (220) во всех трех разнесенных зеркалах.

Для исследования гироскопического эффекта на основе опыта Саньяка с рентгеновским излучением была создана автономная установка весом 1500 кгс, расположенная на вращающейся платформе, в центре которой имелось сквозное отверстие большого диаметра для подводки охлаждающей рентгеновскую трубку воды, а также для подачи с помощью скользящих контактов трехфазного питающего напряжения (рис. 5). Вращение всей установки осуществлялось от низкооборотного слабовибрирующего электродвигателя 4A112MB 8УЗ через управляемый редуктор.

На вращающейся платформе был установлен генератор рентгеновского излучения с рентгеновской трубкой (напряжение 40 кВ, ток трубки 30 мА), гониометром 12 ГУР-8, а также основным и мониторным счетчиками. Основной счетчик — пропорциональный, типа БДП 2-02. Мониторный счетчик — сцинтилляционный, типа СРС-4-4П. Система компоновалась вместе с электронными средствами обработки сигналов от счетчиков. Все органы управления дублировались на неподвижном пульте.

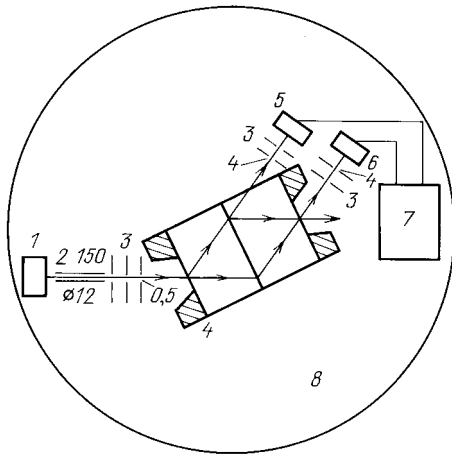


Рис. 5. Схема постановки опыта Саньяка на вращающейся платформе с использованием рентгеновского излучения. 1 — рентгеновская трубка, 2 — коллимирующий тубус, 3 — диафрагмы, 4 — кристаллический трехзеркальный интерферометр, 5 — мониторный счетчик, 6 — основной (сигнальный) счетчик, 7 — система обработки данных, 8 — вращающаяся платформа. Размеры тубуса, а также горизонтальных и вертикальных щелей в диафрагмах даны в мм

Мониторный канал счета был необходим для устранения влияния флуктуации питающего рентгеновскую трубку напряжения (а значит, и флуктуации интенсивности рентгеновского излучения) на результаты измерений по основному каналу. При этом во всех возможных режимах измерения (за заданное время, за заданное общее число импульсов от монитормого счетчика или за заданное число полных оборотов всей платформы) результат определялся отношением числа импульсов основного счетчика  $N$  к монитормому  $N_M$ .

Значительные затруднения возникли при попытках жесткой фиксации кристаллического интерферометра на платформе вращающейся установки. Все прямые попытки жесткой фиксации интерферометра на столике гониометрической головки (непосредственная посадка на шлифованную поверхность, посадка на масляную подушку, закрепление пиццеином или пластилином и др.) приводили к большим деформациям зеркал. В итоге, из-за большой и случайно изменяющейся разности фаз между волнами в разных плечах интерферометра суммарное поле сильно искажалось и характеризовалось на топограмме либо муаром с малым периодом, либо хаотической зернистой структурой. Одна из возможных причин такого искажения связана с различными значениями коэффициентов температурного расширения материала интерферометра, скрепляющего материала и поверхности, на которой производилась фиксация. При неизбежной нестабильности температуры последнее обстоятельство приводило к деформациям и сильному случайному искажению итогового интерференционного поля [30]. Для представления о чувствительности структуры интерференционного поля к деформациям можно привести близкие к полученным нами данные по исследованию поворотного муара в специально деформируемом трехзеркальном интерферометре [31], согласно которым поворот одного из зеркал на угол  $10^{-2}$  угловой секунды приводит к муару с периодом 4 мм.

Самым лучшим в отношении минимума вносимых деформаций оказался способ "мягкой" фиксации интерферометра при установке его на мягкую подложку из

сукна, прикрепленную к столику гониометрической головки. Однако при таком способе фиксации возникли инерционные эффекты, проявляющиеся при изменении состояния системы — в начале и в конце вращения, а также при изменении величины скорости или направления вращения платформы. В ходе предварительных испытаний установлено, что при всех изменениях состояния равномерного вращения интерферометр вначале смещался (или поворачивался) в направлении действия силы инерции, а затем медленно возвращался и окончательно устанавливался в несколько отличное от начального положение. Такая релаксация продолжалась в течение нескольких десятков секунд, что неприемлемо из-за обсуждающейся ниже необходимости проведения коротких по времени серий измерений. В качестве приемлемой был выбран способ крепления интерферометра в четырех угловых точках под колоннами. При этом период муаровой картины интерференционного поля был достаточно большой (3—5 мм), что позволяло ориентировать коллимированный рентгеновский пучок в область локального квазиоднородного поля.

Другой причиной неконтролируемых деформаций, приводящих к нестационарному искажению итогового интерференционного поля, является температурный дрейф. С использованием фотографического метода при многократной съемке топограмм одного и того же участка интерферометра было проведено изучение влияния нестабильности температуры. О масштабе такого влияния можно судить по тому, что при изменении температуры окружающей среды на  $\Delta T \approx 3 - 4^\circ$  происходит изменение на 1 единицу числа муаровых полос интерференционной картины, возникающей из-за дополнительной начальной деформации.

Для ослабления влияния температурного дрейфа использовалась система термоизоляции. Для этого интерферометр помещался в термоизолирующую камеру, жестко связанную с гониометрической головкой и выполненную в форме прямоугольной коробки из листов пенопласта толщиной 4 мм. Для выравнивания температурного поля внутренняя поверхность камеры была покрыта медными пластинами толщиной 0,5 мм, а наружная поверхность — теплоотражающей алюминиевой фольгой.

Проверка эффективности предпринятых мер по термоизоляции и предотвращению неконтролируемой нестационарной деформации за счет способа фиксации интерферометра проводилась в ходе исследования отклонения экспериментальной статистики отсчетов по сигнальному каналу от статистики Пуассона. Предварительно было проведено изучение статистики скорости счета рентгеновских квантов в монитормом канале. Она незначительно отличалась от статистики Пуассона и характеризовалась среднеквадратичной погрешностью  $[\langle (N_M - \bar{N}_M)^2 \rangle]^{1/2} \approx 1,76\sigma$  при  $\bar{N}_M = 2,7 \cdot 10^6$  отсчетов.

После этого было проведено изучение статистики отсчетов по сигнальному каналу. Для этого в течение 10 раз проводилось измерение (счет) импульсов в сигнальном канале  $N_{0i}$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ) со средним  $\bar{N}_0(t)$  при заданном счете в монитормом канале  $N_{Mi}$  (кружки). Для статистики Пуассона расчетная среднеквадратичная погрешность  $\sigma(t)$  должна соответствовать результату обработки экспериментальных данных, если отсутствуют дополнительные (к чисто статистическим) механизмы флуктуации. По той же методике дополнительно

проводилось исследование статистики отсчетов с фиксацией времени измерения  $t$  (треугольные значки) от стабилизированного кварцевого генератора.

Измерения по обоим способам проводились в широком интервале времен измерений от 10 с до  $2 \cdot 10^3$  с и показали (рис. 6), что в результате предпринятых профилактических мер статистика измерений не отличалась от пуассоновской вплоть до времен  $t \approx 70 - 80$  с с наиболее вероятным значением  $t_0 \cong 73$  с. Последняя цифра задает верхний предел достоверных измерений в сигнальном канале, при котором влияние нестатистических флуктуаций несущественно. Без таких мер достоверный интервал измерений во времени снижался до нескольких секунд.

Для определения эффективности действия мониторинга канала отдельно проводилось исследование влияния изменения параметров режима работы рентгеновской трубки на результаты измерений отношения  $N_{0i}/N_{Mi}$ . При изменении напряжения на трубке от 30 до 40 кВ или тока трубки от 30 ма до 25 ма значения  $N_{0i}$  и  $N_{Mi}$  очень резко меняются, но их отношение остается постоянным.

Еще один фактор погрешности измерений может быть связан с акселерометрическим эффектом, проявляющимся в неоднородной деформации разных участков интерферометра и разным смещении различных зеркал из-за неоднородного центростремительного ускорения и соответствующей силы  $F = m\Omega^2 r$  при вращении системы. При малом значении  $\Omega$  и  $r$ , а также с учетом особенностей жесткой конструкции интерферометра и определенной ориентации отражающих плоскостей это влияние является несущественным и изучено в ходе проверки гироскопического эффекта.

## 5. Экспериментальная реализация опыта Саньяка на рентгеновском излучении

Для интерференционного определения угловой скорости вращения интерферометр устанавливался в термоизоляционной камере и прикреплялся пиццином к ее основанию в угловых точках колонн жесткости. Стальная плита, на которой находилась рентгеновская трубка, гониометр с интерферометром и счетчики регистрации, устанавливалась таким образом, чтобы отражающие атомные плоскости (220) кристаллических зеркал были параллельны к радиусу вращения, а центральное (второе) кристаллическое зеркало было точно на оси вращающейся платформы с  $r_1 = 0$ . Такой выбор ориентации плоскостей (220) необходим для предотвращения влияния акселерометрического эффекта, поскольку в этом случае центробежная деформация будет сдвигать зеркало только вдоль самих плоскостей, не искажая фазовой структуры поля.

После этого проводилось резкое сокращение вертикального размера пучка и осуществлялось сканирование тонкого пучка рентгеновского излучения по поверхности первого зеркала с записью характеристик сигнального канала на ленту самописца. По снятой диаграмме, показывающей распределение интенсивности  $J(\Delta\varphi)$  (3.12), выбиралась исходная разность фаз  $\Delta\varphi = \pi/4$  при неподвижной платформе, которой соответствовала область поверхности первого зеркала, при фокусировке на которую интенсивность выходного луча была равна  $J = J_{\max}/2$ . Тем самым осуществлялся выбор рабочей

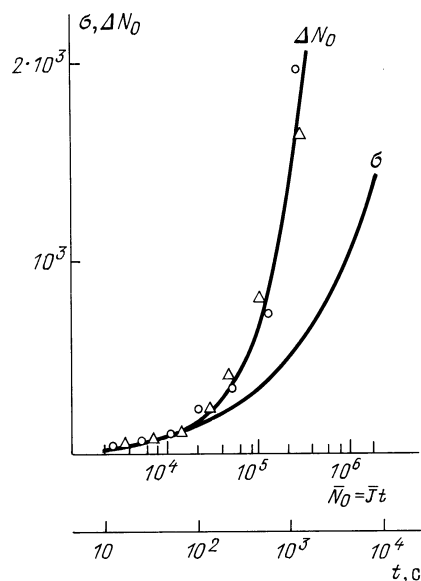


Рис. 6. Экспериментальная зависимость средневладратичной погрешности счета квантов  $\Delta N_0(\bar{N}_0)$  и функция дисперсии статистики Пуассона  $\sigma(\bar{N}_0)$  для выходящего из интерферометра итогового интерференционного поля рентгеновского излучения

точки с максимальной (линеаризованной) крутизной зависимости  $J(\Omega)$  (3.13). После этого проводилось измерение (счет квантов  $N = Jt$ ) в этой пространственной области при включенном вращении в правом ( $R$ ) и левом ( $L$ ) направлениях. Для контроля периодически осуществлялось измерение в этой же точке при  $\Omega = 0$  ( $0$ ). Результаты измерений при  $\Omega = 0,45$  с<sup>-1</sup> (период вращения платформы  $T = 14$  с) представлены на рис. 7 по данным координатного самописца КСП-4. Такая серия измерений ( $R, L, 0$ ) проводилась при непрерывном их повторении в течение нескольких часов. На протяжении каждого измерения ( $N_R, N_L, N_0$ ) длительностью по 10 с, образующего полную серию в 30 с, имела место очень хорошая повторяемость результатов. Средние значения  $\bar{N}_R, \bar{N}_L, \bar{N}_0$  укладывались в коридор погрешностей, определяемых только набором статистики. Однако в течение последовательности многих серий наблюдался уход  $\bar{N}_R, \bar{N}_L, \bar{N}_0$  (как правило — увеличение), при котором, однако, разницы  $\bar{N}_R - \bar{N}_0$ ,

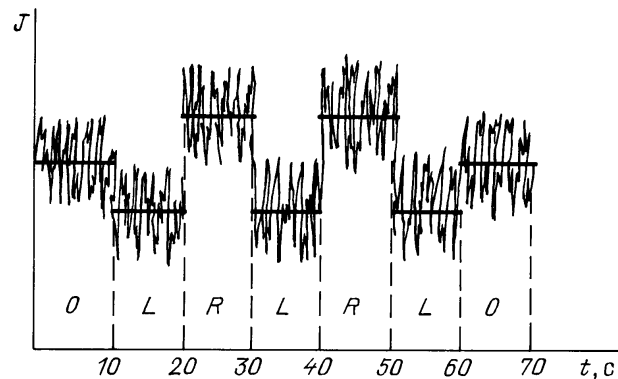


Рис. 7. Зависимость интенсивности интерференционного рентгеновского поля от направления вращения платформы с интерферометром при оптимальной начальной разности фаз между встречными волнами.  $R$  — вращение в правую сторону,  $L$  — вращение в левую сторону,  $0$  — неподвижная платформа

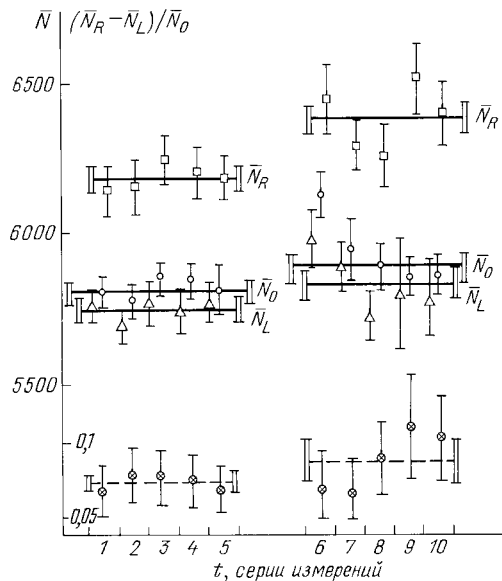


Рис. 8. Числа счета квантов рентгеновского интерференционного поля при вращении платформы в правую ( $N_R$ ) или левую ( $N_L$ ) стороны, а также для неподвижной платформы ( $N_0$ ). Соответствующие данные по отдельным сериям измерений обозначены квадратами, треугольниками или окружностями. Серии 1—5 отвечают  $r_2 = 5$  см, серии 6—10 соответствуют  $r_3 = 25$  см. Кружки с крестиком определяют  $(\bar{N}_R - \bar{N}_L)/\bar{N}_0$

$\bar{N}_0 - \bar{N}_L$  оставались постоянными и равными между собой. Это параллельное смещение всей картины было связано с тепловым дрейфом структуры интерференционного поля.

После этого было проведено детальное количественное исследование гироскопического эффекта с использованием мониторингового канала и с учетом анализа влияния акселерометрического эффекта.

Вначале интерферометр был установлен так, чтобы расстояние от оси вращения до второго зеркала было равно  $r_2 = 5$  см. В связи с малым периодом муаровой картины интерференционного поля в отсутствии вращения и сравнительно большим размером следа рентгеновского пучка на кристалле положение рабочей точки, как показали дальнейшие исследования, не соответствовало оптимальному значению  $\Delta\varphi = \pi/4$ . Это не повлияло на фиксацию гироскопического эффекта.

Каждая серия измерений результатов вращения состояла из трех подсерий, снятых последовательно для  $\Omega_L = \Omega$ ,  $\Omega_0 = 0$  и  $\Omega_R = -\Omega$ . Каждая подсерия в свою очередь состояла из 10 измерений. В каждом измерении число регистрируемых импульсов ( $N_{R,L,0} \approx 3 \cdot 10^3$ ) находилось при заданном числе импульсов мониторингового канала  $N_M = 4 \cdot 10^4$ . Такая длительность каждого отдельного измерения позволяет пренебрегать долговременным тепловым дрейфом.

Аналогичная последовательность измерений с неопределенной начальной разностью фаз  $\Delta\varphi$  осуществлялась при начальном смещении интерферометра в точку  $r_3 = 25$  см.

Результаты этих измерений для всех 5 серий и при вращении с частотой  $\Omega \approx 0,6$  с $^{-1}$  (период вращения  $T = 10,4$  с) платформы со всей измерительной установкой представлены на рис. 8. Там же представлены данные по абсолютным среднеквадратичным погрешностям каждой подсерии, а также для всех 5 серий. Статистическая обработка данных показала, что как в случае  $r_2 = 5$

см, так и при  $r_3 = 25$  см итоговая погрешность измерений всего комплекса из 5 серий удовлетворяет соотношению  $\Delta N_{st} \approx \sigma$ , что доказывает отсутствие существенных флуктуационных механизмов погрешности, отличных от чисто статистических.

В нижней части рис. 8 для каждой серии измерений представлены значения для относительной разности счета в разных направлениях  $(\bar{N}_R - \bar{N}_L)/\bar{N}_0$ .

Проведем качественную и количественную интерпретацию результатов измерений. Наличие очень сильной асимметрии в значении чисел отсчетов  $N_R$  при правом и  $N_L$  при левом направлениях вращения по отношению к состоянию покоя с  $N_0$  показывает, что положение рабочей точки не соответствовало линейному участку фазовой характеристики, т.е. экспериментальное значение  $\Delta\varphi$  существенно отличалось от  $\Delta\varphi_{opt} = (n \pm 1/4)\pi$ .

Апертурно-фазовый параметр  $F$  (3.14) с учетом экспериментально наблюдаемого периода муара  $\Lambda \approx 2,5$  мм и ширины следа пучка в горизонтальной плоскости (длины области пересечения пучком поверхности третьего зеркала)  $D \approx 0,55$  мм равен  $F \approx 0,92$ .

Используя зависимость (3.14) для случая трех значений угловой скорости  $\Omega_L = \Omega$ ,  $\Omega_0 = 0$ ,  $\Omega_R = -\Omega$ , находим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{N_0}{N} &= 1 + F \cos(2\Delta\varphi), \\ \frac{N_{R,L}}{N} &= 1 + F \cos[2(\Delta\varphi \pm \varphi_0)], \\ N &= \frac{1}{8} J_0 t, \end{aligned}$$

связывающую искомые параметры угловой скорости вращения и фазы рабочей точки со значениями относительного числа отсчетов в этих трех режимах. Эта система легко преобразуется к виду

$$\begin{aligned} [1 + F \cos(2\Delta\varphi) \cos(2\varphi_0)] [1 + F \cos(2\Delta\varphi)]^{-1} &= \\ &= (N_R + N_L)(2N_0)^{-1}, \\ F \sin(2\Delta\varphi) \sin(2\varphi_0) [1 + F \cos(2\Delta\varphi)]^{-1} &= \\ &= (N_R - N_L)(2N_0)^{-1} \end{aligned}$$

и в случае  $F < 1$ , а также при малой скорости вращения ( $2\varphi_0 \ll 1$ ) имеет решения

$$\begin{aligned} 2\varphi_0 &\approx \left\{ \frac{1 - F}{F} \left[ \frac{N_R + N_L - 2N_0}{N_0} + \left( \frac{N_R - N_L}{N_0} \right)^2 \frac{1}{2F} \right] \right\}^{1/2}, \\ \tan(2\Delta\varphi) &\approx -\varphi_0 (N_R - N_L)(N_R + N_L - 2N_0)^{-1}. \end{aligned}$$

Вначале рассмотрим результаты измерений при  $r_2 = 5$  см:

$$(\bar{N}_R - \bar{N}_L) \approx 0,69(\bar{N}_R + \bar{N}_L - 2\bar{N}_0).$$

Используя результаты измерений  $(\bar{N}_R + \bar{N}_L - 2\bar{N}_0) \approx \approx 5,15 \cdot 10^{-2} \bar{N}_0$ , находим искомую разность фаз встречных волн  $2\varphi_0 \approx 0,064 \pm 0,012$ , связанную с вращением. При этом итоговая фаза рабочей точки отличалась от  $(n \pm 1/2)\pi$  на величину  $\pm 0,022$ .

Соответственно, при  $r_3 = 25$  см  $(\bar{N}_R + \bar{N}_L - 2\bar{N}_0) \approx \approx 7,11 \cdot 10^{-2} \bar{N}_0$ ,  $(\bar{N}_R - \bar{N}_L)/(\bar{N}_R + \bar{N}_L - 2\bar{N}_0) \approx 1,33$ . В этом случае  $2\varphi_0 \approx 0,075 \pm 0,014$ . Отличие фазы рабочей

точки  $\Delta\varphi$  от того же значения  $(n \pm 1/2)\pi$  при этом положении интерферометра равно  $\pm 0,025$ .

Видно, что итоговое положение рабочей точки для двух исследованных положений интерферометра было далеко от оптимального значения  $(n \pm 1/4)\pi$  и оказалось близким к наиболее неоптимальному  $(n \pm 1/2)\pi$ . Тем не менее это не стало препятствием наблюдения эффекта Саньяка.

Учитывая связь  $|\varphi_0| = 2\pi S\Omega/\lambda c$  с угловой скоростью вращения  $\Omega$  при заданных параметрах  $S$  и  $\lambda$ , окончательно находим выражения для измеренного значения  $\Omega \cong (0,55 \pm 0,1) \text{ с}^{-1}$  при  $r_2 = 5 \text{ см}$  и  $\Omega = (0,64 \pm 0,12) \text{ с}^{-1}$  при  $r_3 = 25 \text{ см}$ , что хорошо согласуется с точным фактическим значением  $\Omega = 0,604 \text{ с}^{-1}$  для вращающейся платформы. Совпадение (с учетом коридора статистических погрешностей) экспериментальных значений измеренной угловой скорости для координат  $r_2, r_3$  центра интерферометра показывает, что наблюдаемый эффект обусловлен именно гироскопически (а не деформационным акселерометрическим) эффектом.

## 6. Заключение

Количественное совпадение результатов теоретического анализа электродинамических процессов, происходящих в рентгеновском диапазоне в системе вращающегося кристаллического интерферометра с экспериментальными результатами свидетельствует о достоверном наблюдении эффекта Саньяка на рентгеновском излучении.

Очень значительные, чисто технологические трудности, среди которых необходимо отметить влияние временной нестабильности температуры и деформацию блоков интерферометра, не позволяют в прямой постановке реализовать все потенциальные преимущества, связанные с уменьшением длины волны при переходе от оптики видимого к оптике рентгеновского диапазона.

Существенный прогресс в улучшении точностных характеристик опыта может быть достигнут при переходе к резонаторной схеме с однократным обходом рентгеновских лучей по совпадающим траекториям. Имеющая при этом место взаимная компенсация флуктуационных воздействий позволит реализовать теоретический предел точности измерений, ограниченный (по крайней мере в принципе) только статистикой отсчетов. При такой оптимизации станет возможной не только проверка самого эффекта Саньяка, как следствия изменения метрики вращающихся систем без материальной среды, но и проверка эффектов слабого влияния вращения на характеристики самой среды (в частности, восприимчивости к ее аномально сильной зависимости от параметров нерелятивистского движения). В оптике видимого диапазона влияние вращения на электродинамику материальных сред может быть исследовано на основе альтернативных методов ("пассивный" опыт Саньяка и "активный" лазерный гироскоп). В рентгенов-

ском диапазоне, в связи с исключительными трудностями, возникающими при создании рентгеновского и гамма-лазера (например, [28]) альтернативы опыту Саньяка нет. Не ослабевающий интерес к этому опыту сохраняется на протяжении столетия [2,3,32—35].

## Список литературы

1. Michelson A. *Phil. Mag.* **8**, 716 (1904).
2. Sagnac G. *C. R. Ac. Sci. (Paris)* **157**, 708, 1410 (1913).
3. Sagnac G. *J. de Phys. Ser. 5.4*, 177 (1914).
4. Michelson A., Gale H. *Astrophys J.* **61**, 140C (1925).
5. Michelson A., Gale H. *Nature* **115**, 566 (1925).
6. Берштейн И.Л. *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **14** (2), 145 (1950).
7. Скопи Т., Окамото К. и др. *Волоконно-оптические датчики* (Л.: Энергоатомиздат, 1990).
8. Werner S.A., Standenman J.L. *Phys. Rev. Lett.* **43**, 1103 (1979).
9. Высоцкий В.И., Воронцов В.И. *Релятивистская астрофизика, космология, гравитационный эксперимент* (Минск: Изд-во АН БССР, 1976). С. 130—131.
10. Высоцкий В.И., Воронцов В.И., Мазур А.Е. *Препринт ИФ АН УССР № 12* (Киев, 1982).
11. Безирганян П.А. *Препринт ЕГУ-ФТТ-3* (Ереванский университет, 1981).
12. Высоцкий В.И., Воронцов В.И., Кузьмин Р.Н. *Доклады Всесоюзного совещания по использованию синхротронного излучения. СИ-82*. (Новосибирск: СО АН СССР, 1982). С. 150—155.
13. Федоров Б.Ф., Шереметьев А.Г., Умников В.Н. *Оптический квантовый гироскоп* (М.: Машиностроение, 1973).
14. Тоннела М.А. *Основы электромагнетизма и теории относительности* (М.: ИЛ, 1962).
15. Левашов А.Е. *Движение и двойственность в релятивистской электродинамике* (Минск: Изд-во БГУ, 1979).
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теория поля* (М., Наука, 1988).
17. Воронцов В.И. *Невзаимные явления в электродинамике движущихся систем* (Киев: Изд-во КГУ, 1984).
18. Афанасьев А.М., Каган Ю.М. *ЖЭТФ* **48** (1), 327 (1965).
19. Высоцкий В.И., Воронцов В.И. *ФТТ* **17** (10), 2044 (1975).
20. Беляков В.А. *УФН* **115** (4), 553 (1975).
21. Bogtman G. *Z. Phys.* **42**, 157 (1941).
22. Bond W.L., Duguay M.A., Rentzepis P.M. *Appl. Phys. Lett.* **10**, 216 (1967).
23. Cotterill R.M. *Appl. Phys. Lett.* **12**, 403 (1968).
24. Воронцов В.И., Высоцкий В.И. *Квантовая электроника* (Киев: Наукова думка, 1974), вып. 8, с. 63.
25. Высоцкий В.И., Воронцов В.И. *Прикладная ядерная спектроскопия* (М.: Атомиздат, 1976), вып. 6, с. 142.
26. Rostomyan A.H., Besirganyan P.H. *Acta. Cryst. A* **34**, 240 (1978).
27. Ростомян А.Г. *Рентгеновские резонаторы*. Автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук. (Аштарак: ИФИ АН Арм. ССР, 1980).
28. Высоцкий В.И., Кузьмин Р.Н. *Гамма-лазеры* (М.: Изд-во МГУ, 1989).
29. Kolpakov A.V., Kuzmin R.N., Ryabov V.M. *J. Appl. Phys.* **41**, 3549 (1970).
30. Пинскер З.Г. *Рентгеновская кристаллооптика* (М.: Наука, 1982).
31. Bonze U., Hart M. *Appl. Phys. Lett.* **6**, 155 (1965).
32. Вавилов С.И. *Экспериментальные основания теории относительности* (М., 1928).
33. Зоммерфельд А. *Оптика* (М.: ИЛ, 1953).
34. Tonnelat M.A. *Les Verification experimentales de la relativite generale* (Paris, 1964).
35. Логунов А.А., Чугреев Ю.В. *УФН* **156**, 138 (1988).

**THE SAGNAC EXPERIMENT ON THE X-RAYS****V.I. Vysotzkii, V.I. Vorontsov***Radio-Physics Department, Shevchenko University, Kiev, Ukraina**Fax (044) 269-2531***R.N. Kuzmin***Department of Physics, Lomonosov Moscow State University,**Leninskiye Gory, 119889, Moscow, Russian Federation**Fax (095) 954-6445***P.A. Bezirganyan, A.G. Rostomyan***Department of Physics, Erevan State University,**ulitsa Aleko Monukyana, 375049, Erevan, Armenia**Tel. (885) 2-55-3246*

The history and physical prerequisites for the realization of the Sagnac experiment, that is of the "vortical optical effect" in the frame of rotating interferometer, are considered. With the use of the General Relativity apparatus it is developed the theory of propagation for electromagnetic waves in a noninertially moving material medium. The theoretical analysis of the peculiarities of the X-ray and gamma-radiation diffractions has been performed within the system of the three-mirror monoblock crystalline interferometer and resonator, while taking into account their rotations. The experimental studies of the X-ray "vortical optical effect" were performed on the specially designed autonomous X-ray installation (commonly used for the X-ray interference investigations), which was put on the rotating platform. There have been revealed and investigated a series of fluctuation effects (the temperature drift, the field of random deformations etc.), which keep the Sagnac experiment on the X-rays out of the reach of the limiting accuracy. The experimental data, obtained in the investigation of "the vortical optical effect", are compared with the results of the theoretical analysis.

Bibliography — 35 references

*Received 4 June 1993, revised 25 November 1993*